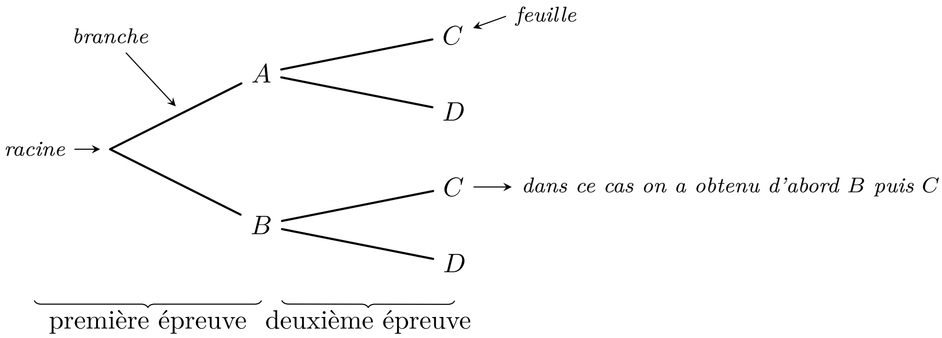
2) Expériences aléatoires à deux ou plusieurs épreuves.

Définition.

Un *arbre* est un schéma permettant de résumer une expérience aléatoire à deux ou plusieurs épreuves.

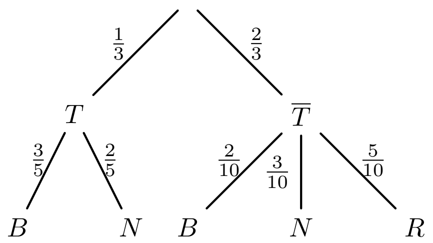


Remarque.

On peut aussi (en particulier en cas d'équiprobabilité) utiliser un tableau à double entrée pour expliquer une expérience à deux épreuves, mais on ne peut plus quand le nombre d'épreuves dépasse 2.

Exemple.

On lance un dé équilibré.
Si l'on obtient un multiple de 3 (événement noté T), alors on tire une boule de l'urne 1 contenant 3 boules blanches (B) et 2 boules noires (N).
Si l'on n'obtient pas un multiple de 3 (contraire de T : c'est l'événement $\overline{T}$ (prononcer T-barre)), on tire une boule de l'urne 2 contenant 3 boules noires (N), 2 boules blanches (B) et 5 boules rouges (R).



Pour calculer la probabilité d'obtenir une boule rouge, il faut multiplier les probabilités indiquées sur les brancches en « remontant de la feuille à la racine ».
Ainsi :

$$p(R) = \frac{5}{10} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

En revanche pour calculer la probabilité de tirer une boule blanche, il faut considérer les deux issues : tirer une boule blanche dans la première urne (que l'on pourrait noter $T \cap B$ (ce qui se lit « T et B »)) ou tirer une boule blanche dans la deuxième urne ($\overline{T} \cap B$ (ce qui se lit « $\overline{T}$ et B »)).

$$p(B) = p(T \cap B) + p(\overline{T} \cap B) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{2}{10} \times \frac{2}{3} = \frac{3}{15} + \frac{2}{15} = \frac{1}{3}.$$

Remarque.

Puisque la somme des probabilités des issues d'une expérience aléatoire est 1, on peut calculer

$$p(N) = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

(Finalement chaque boule a la même probabilité d'être tirée...)