

Les exercices du niveau 1 sont à faire et réussir. Les exercices du niveau 2 sont à essayer et ne pas s'inquiéter si on n'y arrive pas. Les exercices du niveau 3 sont des exercices pour les élèves les plus à l'aise.

Niveau 1

Exercice 1.1.

Donner toutes les issues de chacune des expériences aléatoires suivantes :

- a. On jette une pièce de monnaie et on regarde si elle tombe sur pile ou face.
- b. On jette deux dés à six faces.

Exercice 1.2.

On tire une carte d'un jeu de 32 cartes. Quelle est la probabilité des événements suivants :

- a. A : « obtenir le 7 \heartsuit ».
- b. B : « obtenir une figure noire » (une figure c'est V , D ou R).

Exercice 1.3.

Lorsque je note des copies, j'utilise la technique suivante : je mets au hasard une note entre 0 et 20. Je ne mets que des notes entières.

Pour chacun des événements suivants, exprimer l'événement contraire puis donner les probabilités associées.

Par exemple, pour l'événement C : « la note est 0 », l'événement contraire est \bar{C} : « la note n'est pas 0 ».

$$p(C) = \frac{1}{21} \text{ et } p(\bar{C}) = \frac{20}{21} \text{ (en effet, il y a 21 notes entre 0 et 21).}$$

- a. D : « la note est 20 »
- b. E : « la note est un nombre pair »
- c. F : « la note est un nombre impair »
- d. G : « la note est non nulle, multiple de 2 mais pas de 6 »
- e. H : « la note est supérieure ou égale à 10 »

Exercice 1.4.

Marie organise un jeu pour une kermesse.

Le jeu se déroule en deux étapes.

D'abord le joueur doit lancer un dé et faire \square ou \boxplus . Sinon, il a perdu.

Si le joueur a réussi la première étape, il tire une boule dans une urne contenant 10 boules noires, 4 boules blanches et 1 boule rouge. S'il tire une boule noire il perd.

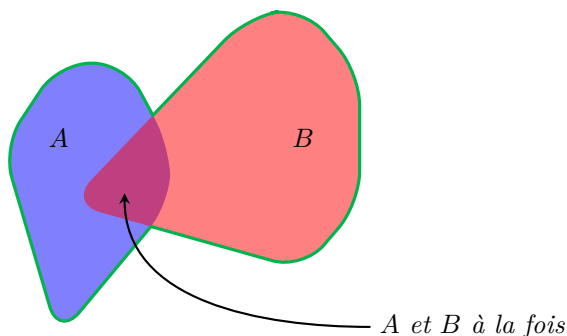
- a. Quelle est la probabilité que le joueur atteigne l'étape 2 ?
- b. Dresser un arbre qui représente cette situation.
- c. Quelle est la probabilité que le joueur perde (c'est-à-dire qu'il ne fasse pas \square ou \boxplus au dé ou qu'il tire une boule noire) ?
- d. Quelle est la probabilité que le joueur tire la boule rouge ?

Niveau 2

Cette partie porte surtout sur les conjonctions **et** et **ou**.

Quelques explications

Considérons une représentation patatoïdale d'une expérience aléatoire, avec deux événements A et B :



Si l'on se trouve dans la zone **bleue**, on réalise l'événement A . Si on se trouve dans la zone **rose**, on réalise l'événement B . Si on se trouve dans la zone **violette**, on réalise à la fois A et B . On note cet événement : $A \cap B$ et on le lit « A et B » ou « A inter B ».

Si l'on se trouve n'importe où dans A , dans B ou dans $A \cap B$, alors on est dans $A \cup B$. On lit cet événement « A ou B » ou « A union B ». Sur le dessin, $A \cup B$ est la zone entourée d'une **ligne verte**.

Comment déterminer la probabilité de $A \cup B$?

Supposons que l'expérience aléatoire soit de tirer une carte dans un jeu de 32 cartes. L'événement A est « tirer une carte rouge » et l'événement B est « tirer une figure ».

On connaît $p(A) = \frac{16}{32}$ et $p(B) = \frac{12}{32}$ (en effet, il y a trois figures de chaque couleur (\heartsuit , \diamondsuit , \spadesuit et \clubsuit sont des couleurs), donc 12 figures en tout).

- L'événement $A \cap B$ est facile à exprimer c'est « tirer une figure rouge » (cela correspond bien aux deux événements simultanément). Il y en a 6, donc $p(A \cap B) = \frac{6}{32}$.
- L'événement $A \cup B$ s'exprime ainsi : « tirer une figure ou une carte rouge ». Les seules cartes qui **ne réalisent pas** cet événement sont

7	♠
---	---

8	♠
---	---

9	♠
---	---

10	♠
----	---

As	♠
----	---

7	♣
---	---

8	♣
---	---

9	♣
---	---

10	♣
----	---

As	♣
----	---

 .

Pour calculer $p(A \cup B)$, on ajoute $p(A) + p(B)$ mais à ce moment-là on aura ajouté deux fois $p(A \cap B)$! Il faut donc l'enlever. On obtient donc la formule :

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

Dans cet exemple, cela donne $p(A \cup B) = \frac{16}{32} + \frac{12}{32} - \frac{6}{32} = \frac{22}{32}$ et en effet, puisqu'il y a dix cartes qui ne réalisent pas cet événement, il y a bien 22 cartes qui le réalisent !

Exercice 2.1.

On tire une carte d'un jeu de 32 cartes. Quelle est la probabilité de l'événement I : « obtenir une dame ou une carte noire » ?

Exercice 2.2.

Dans une classe de 30 élèves, 60 % des élèves ont des chaussettes vertes, 55 % ont un pantalon vert et 40 % ont à la fois des chaussettes vertes et un pantalon vert.

Déterminer la probabilité qu'un élève pris au hasard ait des chaussettes vertes ou un pantalon vert.

Exercice 2.3.

On choisit aléatoirement un nombre entre 1 et 20. Pour chacun des événements suivants, exprimer l'événement contraire puis donner les probabilités associées.

- J : « Le nombre est non nul, multiple de 5 et de 3 »
- K : « Le nombre est non nul, multiple de 5 ou de 3 »

Niveau 3

Exercice 3.1.

Lors d'une réunion de 50 personnes, 38 % ont des lunettes, 40 % ont une casquette et 50 % ont des lunettes ou une casquette.

Quelle est la probabilité qu'une personne prise au hasard ait des lunettes et une casquette ?

Exercice 3.2.

On reprend le jeu inventé par Marie dans l'exercice 1.4.

Si le joueur tire une boule blanche, il gagne 5 €. S'il tire la boule rouge, il gagne 20 €.

Marie fait payer la participation à son jeu 2 €.

Peut-elle espérer gagner de l'argent avec son jeu ?

Indication : Sur l'arbre tracé à l'exercice 1.4, indiquer sur chaque feuille le **gain** de Marie (quand le joueur perd, Marie a un gain de 2 €; quand elle donne 20 € au joueur, elle a un gain de -18 € puisque le joueur a payé 2 €).

Exercice 3.3. Problème du chevalier de Méré.

Quel est l'événement le plus probable : obtenir au moins une fois III en lançant 4 fois un dé ou bien obtenir au moins une fois un double II en lançant 24 fois une paire de dés ?