61 p.33

a. On utilise la troisième identité remarquable : $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ (avec $a = x$ et $b = 2$).

$$\begin{gathered} x^2 - 4 = 0 \\ x^2 - 2 = 0 \\ (x+2)(x-2) = 0 \\ \begin{array}{c|c} x+2=0 & x-2=0 \\ \boxed{x=-2} & \boxed{x=2} \end{array} \end{gathered}$$

Vérifs : $\left[\begin{array}{l} 2^2 - 4 = 4 - 4 = 0 \\ (-2)^2 - 4 = 4 - 4 = 0 \end{array}\right.$

L'équation $x^2 - 4 = 0$ admet deux solutions : $x = 2$ et $x = -2$.

b. On utilise la deuxième identité remarquable : $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ (avec $a = x$ et $b = 3$).

$$\begin{gathered} x^2 - 6x + 9 = 0 \\ x^2 - 2 \times 3 \times x + 3^2 = 0 \\ (x-3)^2 = 0 \\ \begin{array}{c|c} x-3=0 & x-3=0 \\ \boxed{x=3} & \boxed{x=3} \end{array} \end{gathered}$$

Vérif : $3^2 - 6 \times 3 + 9 = 9 - 6 \times 3 + 9 = 9 - 18 + 9 = 0$

L'équation $x^2 - 6x + 9 = 0$ admet une solution double : $x = 3$.

62 p.33

a. On utilise la troisième identité remarquable : $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ (avec $a = 2x$ et $b = 1$).

$$\begin{gathered} 4x^2 - 1 = 0 \\ (2x)^2 - 1^2 = 0 \\ (2x+1)(2x-1) = 0 \\ \begin{array}{c|c} 2x+1=0 & 2x-1=0 \\ 2x=-1 & 2x=1 \\ \boxed{x=-\frac{1}{2}} & \boxed{x=\frac{1}{2}} \end{array} \end{gathered}$$

Vérifs : $\left[\begin{array}{l} 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = 4 \times \frac{1}{4} - 1 = 1 - 1 = 0 \\ 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = 4 \times \frac{1}{4} - 1 = 1 - 1 = 0 \end{array}\right.$

L'équation $4x^2 - 1 = 0$ admet deux solutions : $x = -\frac{1}{2}$ et $x = \frac{1}{2}$.

b. On utilise la troisième identité remarquable : $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ (avec $a = (x-3)$ et $b = 2$).

$$\begin{gathered} (x-3)^2 - 4 = 0 \\ (x-3)^2 - 2^2 = 0 \\ \big((x-3)+2\big)\big((x-3)-2\big) = 0 \\ (x-1)(x-5) = 0 \\ \begin{array}{c|c} x-1=0 & x-5=0 \\ \boxed{x=1} & \boxed{x=5} \end{array} \end{gathered}$$

Vérifs : $\left[\begin{array}{l} (1-3)^2 - 4 = (-2)^2 - 4 = 4 - 4 = 0 \\ (5-3)^2 - 4 = 2^2 - 4 = 4 - 4 = 0 \end{array}\right.$

L'équation $(x-3)^2 - 4 = 0$ admet deux solutions : $x = 1$ et $x = 5$.

63 p.33

a.
- $4 \xrightarrow{\times 2} 8 \xrightarrow{+5} 13 \xrightarrow{\square^2} 169$
- $0 \xrightarrow{\times 2} 0 \xrightarrow{+5} 5 \xrightarrow{\square^2} 25$
- $-6 \xrightarrow{\times 2} -12 \xrightarrow{+5} -7 \xrightarrow{\square^2} 49$

b. *Pour résoudre ce problème, deux possibilités : soit on remonte les calculs en partant de la réponse (ce qui peut être hasardeux si l'on oublie, par exemple qu'il existe deux nombres, qui, mis au carré, donnent 4) ; soit on écrit une équation.*

La première possibilité semble plus naturelle, la deuxième plus formelle.

Faisons les deux.

En remontant les calculs : $0 \xrightarrow{\sqrt{\square}} 0 \xrightarrow{-5} -5 \xrightarrow{\div 2} -2,5$

Remarque : *J'ai écrit $\sqrt{\square}$ pour l'opération contraire de $\square^2$. Ce n'est pas exact car, comme je l'ai dit ci-dessus, c'est ne prendre qu'une seule des deux solutions (il y a deux nombres dont le carré est 49 : 7 et −7).*

Dans notre cas cela n'a pas d'impact puisque 0 est ***solution double*** *de l'équation $x^2 = 0$ (c'est la seule solution).*

En modélisant, grâce à une équation : En prenant x comme valeur de départ, le programme de calcul donne :

$$x \xrightarrow{\times 2} 2x \xrightarrow{+5} 2x+5 \xrightarrow{\square^2} (2x+5)^2$$

On cherche donc à résoudre l'équation $(2x+5)^2 = 0$.

On peut la voir comme une équation produit nul dont les solutions sont les x qui vérifient :

$$\begin{array}{rccc} & 2x+5=0 & \text{ou} & 2x+5=0 \\ \text{c'est-à-dire} & \boxed{x=-2,5} & \text{ou} & \boxed{x=-2,5} \end{array}$$

L'équation admet une solution double : $x = -2,5$.