Exercice 3.

Résoudre les équations produit nul suivantes :

a. $(3x-1)(x+4)=0$ **c.** $5x(-x+3)=0$ **e.** $(x+5)(4x-3)=0$ **g.** $(3x-2)^2=0$

b. $(x-5)(2x+7)=0$ **d.** $(x+5)^2=0$ **f.** $-3x(5-x)=0$ **h.** $(-5x+2)(5x+4)=0$

Correction exercice 3.

a. $(3x-1)(x+4)=0$

$3x-1=0$ | $x+4=0$

$3x=1$ | $\boxed{x=-4}$

$\boxed{x=\dfrac{1}{3}}$

L'équation $(3x-1)(x+4)=0$ admet deux solutions : $x=\dfrac{1}{3}$ et $x=-4$.

b. $(x-5)(2x+7)=0$

$x-5=0$ | $2x+7=0$

$\boxed{x=5}$ | $2x=-7$

$\boxed{x=\dfrac{-7}{2}}$

L'équation $(x-5)(2x+7)=0$ admet deux solutions : $x=5$ et $x=\dfrac{-7}{2}$.

c. $5x(-x+3)=0$

$5x=0$ | $-x+3=0$

$\boxed{x=0}$ | $-x=-3$

$\boxed{x=3}$

L'équation $5x(-x+3)=0$ admet deux solutions : $x=0$ et $x=3$.

d. $(x+5)(x+5)=0$

$x+5=0$ | $x+5=0$

$\boxed{x=-5}$ | $\boxed{x=-5}$

L'équation $(x+5)(x+5)=0$ admet une solution double : $x=-5$.

e. $(x+5)(4x-3)=0$

$x+5=0$ | $4x-3=0$

$\boxed{x=-5}$ | $4x=3$

$\boxed{x=\dfrac{3}{4}}$

L'équation $(x+5)(4x-3)=0$ admet deux solutions : $x=-5$ et $x=\dfrac{3}{4}$.

f. $-3x(-x+5)=0$

$-3x=0$ | $-x+5=0$

$\boxed{x=0}$ | $-x=-5$

$\boxed{x=5}$

L'équation $-3x(-x+5)=0$ admet deux solutions : $x=0$ et $x=5$.

g. $(3x-2)(3x-2)=0$

$3x-2=0$ | $3x-2=0$

$3x=2$ | $3x=2$

$\boxed{x=\dfrac{2}{3}}$ | $\boxed{x=\dfrac{2}{3}}$

L'équation $(3x-2)(3x-2)=0$ admet une solution double : $x=\dfrac{2}{3}$.

h. $(-5x+2)(5x+4)=0$

$-5x+2=0$ | $5x+4=0$

$-5x=-2$ | $5x=-4$

$\boxed{x=\dfrac{2}{5}}$ | $\boxed{x=\dfrac{-4}{5}}$

L'équation $(-5x+2)(5x+4)=0$ admet deux solutions : $x=\dfrac{2}{5}$ et $x=\dfrac{-4}{5}$.

Remarque : *Dans la question* **f**, *l'équation résolue n'est pas la même que celle écrite... En fait si ! J'ai juste permuté le terme en x et le terme sans x. C'est la même chose, bien sûr.*

Exercice 4.

Dans chaque cas, écrire une équation produi nul qui a exactement les deux solutions proposées :

a. 5 et 3 **b.** 4 et -7 **c.** $\dfrac{1}{3}$ et $-\dfrac{2}{7}$ **d.** 1 et 0

Correction exercice 4.

Voici des réponses convenables. Bien sûr il y en a beaucoup d'autres. L'idée majeure est que l'expression qui s'annule pour $x=a$ est $x-a$.

a. $(x-5)(x-3)=0$

b. $(x-4)(x+7)=0$

c. $(3x-1)(7x+2)=0$

d. $x(x-1)=0$

Exercice 5.

Résoudre chacune des équations proposées après avoir factorisé le premier membre en utilisant la simple distributivité.

a. $x^2-5x=0$ **c.** $3x^2+2x=0$

b. $(x-4)^2+3(x-4)=0$ **d.** $(x+2)+(3x+1)(x+2)=0$

Correction exercice 5.

a. $x^2-5x=x\times x-x\times 5=x(x-5)$

$x(x-5)=0$

$x=0$ | $x-5=0$

$\boxed{x=0}$ | $\boxed{x=5}$

L'équation $x^2-5x=0$ admet deux solutions : $x=0$ et $x=5$.

b. $(x-4)^2+3(x-4)=(x-4)\times(x-4)+(x-4)\times 3$
$=(x-4)((x-4)+3)$
$=(x-4)(x-1)$

$(x-4)(x-1)=0$

$x-4=0$ | $x-1=0$

$\boxed{x=4}$ | $\boxed{x=1}$

L'équation $(x-4)^2+3(x-4)=0$ admet deux solutions : $x=4$ et $x=1$.

c. $3x^2+2x=x\times 3x+x\times 2=x(3x+2)$

$x(3x+2)=0$

$x=0$ | $3x+2=0$

$\boxed{x=0}$ | $3x=-2$

$\boxed{x=\dfrac{-2}{3}}$

L'équation $3x^2+2x=0$ admet deux solutions : $x=0$ et $x=-\dfrac{2}{3}$.

d. $(x+2)+(3x+1)(x+2)=(x+2)\times 1+(x+2)\times(3x+1)$
$=(x+2)(1+(3x+1))$
$=(x+2)(3x+2)$

$(x+2)(3x+2)=0$

$x+2=0$ | $3x+2=0$

$\boxed{x=-2}$ | $3x=-2$

$\boxed{x=\dfrac{-2}{3}}$

L'équation $(x+2)+(3x+1)(x+2)=0$ admet deux solutions : $x=-2$ et $x=-\dfrac{2}{3}$.

Exercice 6.

Résoudre les équations proposées après avoir factorisé le premier membre en utilisant une identité remarquable.

a. $x^2-9=0$ **c.** $4x^2-1=0$ **e.** $(x+3)^2-16=0$

b. $x^2+2x+1=0$ **d.** $4x^2+4x+1=0$ **f.** $81x^2-36x+4=0$

Correction exercice 6.

Rappel : *les trois identités remarquables :*

$\boxed{\text{IR1}}$: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $\boxed{\text{IR2}}$: $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ $\boxed{\text{IR3}}$: $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

a. $x^2-9=(x+3)(x-3)$ $\boxed{\text{IR3}}$

$(x+3)(x-3)=0$

$x+3=0$ | $x-3=0$

$\boxed{x=-3}$ | $\boxed{x=3}$

L'équation $x^2-9=0$ admet deux solutions : $x=-3$ et $x=3$.

b. $x^2+2x+1=(x+1)^2$ $\boxed{\text{IR1}}$

$(x+1)(x+1)=0$

$x+1=0$ | $x+1=0$

$\boxed{x=-1}$ | $\boxed{x=-1}$

L'équation $x^2+2x+1=0$ admet une solution double : $x=-1$.

c. $4x^2-1=(2x+1)(2x-1)$ $\boxed{\text{IR3}}$

$(2x+1)(2x-1)=0$

$2x+1=0$ | $2x-1=0$

$2x=-1$ | $2x=1$

$\boxed{x=\dfrac{-1}{2}}$ | $\boxed{x=\dfrac{1}{2}}$

L'équation $4x^2-1=0$ admet deux solutions : $x=-\dfrac{1}{2}$ et $x=\dfrac{1}{2}$.

d. $4x^2+4x+1=(2x+1)^2$ $\boxed{\text{IR1}}$

$(2x+1)(2x+1)=0$

$2x+1=0$ | $2x+1=0$

$2x=-1$ | $2x=-1$

$\boxed{x=\dfrac{-1}{2}}$ | $\boxed{x=\dfrac{-1}{2}}$

L'équation $4x^2+4x+1=0$ admet une solution double : $x=-\dfrac{1}{2}$.

e. *Je vais détailler la factorisation de cette expression :*

$(x+3)^2-16$ est une différence de deux carrés, c'est-à-dire de la forme a^2-b^2 avec $a=(x+3)$ et $b=4$.

En factorisant grâce à l'$\boxed{\text{IR3}}$, on obtient :

$(x+3)^2-16=(x+3)^2-4^2$
$=\big((x+3)+4\big)\big((x+3)-4\big)$
$=(x+7)(x-1)$

$(x+7)(x-1)=0$

$x+7=0$ | $x-1=0$

$\boxed{x=-7}$ | $\boxed{x=1}$

L'équation $(x+3)^2-16=0$ admet deux solutions : $x=-7$ et $x=1$.

f. L'expression $81x^2-36x+4$ semble être de la forme $a^2-2ab+b^2$. Il faut s'en assurer.

En identifiant a^2 et b^2, on reconnaît : $a=9x$ et $b=2$.

Calculons le double produit : $2\times 9x\times 2=36x$.

C'est le bon double produit, on peut donc factoriser grâce à l'$\boxed{\text{IR2}}$.

$81x^2-36x+4=(9x)^2-2\times 9x\times 2+2^2$
$=(9x-2)^2$

$(9x-2)(9x-2)=0$

$9x-2=0$ | $9x-2=0$

$9x=2$ | $9x=2$

$\boxed{x=\dfrac{2}{9}}$ | $\boxed{x=\dfrac{2}{9}}$

L'équation $81x^2-36x+4=0$ admet une solution double, $x=\dfrac{2}{9}$.