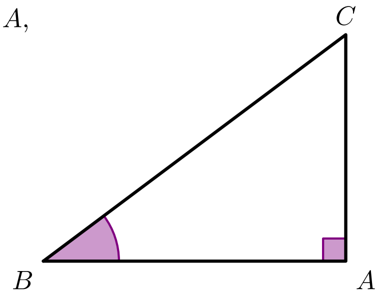
Ne pas écrire ça

Nous allons apprendre à utiliser trois objets, appelés fonctions trigonométriques, sin, cos *et* tan. *Ces objets s'utilisent sur les angles aigus d'un triangle rectangle.*

2) Cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle

Définition.

Dans un triangle ABC rectangle en A,



le *cosinus* de l'angle aigu $\widehat{ABC}$ se note $\cos\left(\widehat{ABC}\right)$ et on a :

$$\cos\left(\widehat{ABC}\right) = \frac{AB}{BC}$$

côté adjacent à $\widehat{ABC}$

hypoténuse

Remarque — Notations.

- Quand la figure étudiée est aussi simple qu'un triangle rectangle, on peut simplifier l'écriture des angles : plutôt qu'écrire $\widehat{ABC}$, nous écrirons seulement $\widehat{B}$.
  C'est plus simple, mais attention, ce n'est valable que quand on a bien précisé dans quel triangle on travaillait !
- Il n'est pas obligé d'écrire les parenthèses après $\cos$. Ainsi, à la place d'écrire $\cos\left(\widehat{ABC}\right)$, on peut écrire $\cos\widehat{B}$.

Utilisation.

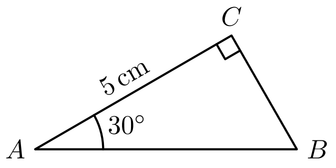
Le cosinus s'utilise de deux façons dans les problèmes :

- calculer un angle à partir de deux côtés (l'adjacent à l'angle et l'hypoténuse) d'un triangle rectangle ;
- calculer un côté à partir d'un angle et d'un côté (l'adjacent ou l'hypoténuse) dans un triangle rectangle.

Exercice corrigé 1.

Énoncé

Dans le triangle ABC rectangle en C ci-contre, on a $AC = 5\,\text{cm}$ et $\widehat{CAB} = 30°$.
Quelle est la longueur AB ?



Avant de parler de cosinus, il est nécessaire de rappeler que l'on est dans un triangle rectangle.

Dans le triangle ABC rectangle en B, on a : $\cos\widehat{A} = \dfrac{AC}{AB}$ ← on écrit l'égalité

c'est-à-dire $\cos(30°) = \dfrac{5}{AB}$ ← on remplace par les données connues

d'où $\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{5}{AB}$ ← on calcule le cosinus

On calcule AB grâce aux produits en croix :

$$AB = \frac{5\times 2}{\sqrt{3}} = \underbrace{\boxed{\frac{10}{\sqrt{3}}\,\text{cm}}}_{\text{valeur exacte}} \simeq \underbrace{\boxed{5{,}77\,\text{cm}}}_{\text{valeur approchée}}$$

Remarque.

Ici, $\cos(30°)$ a une valeur exacte : $\cos(30°) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.
Cependant, la plupart du temps, le cosinus d'un angle « précis » (en degrés) donne une valeur avec beaucoup de décimales, il convient donc de prendre une valeur approchée : $\dfrac{\sqrt{3}}{2} \simeq 0{,}866$.
Le calcul précédent donnerait ainsi :

$$\begin{aligned} 0{,}866 &\simeq \frac{5}{AB} \\ 0{,}866 \times AB &\simeq 5 \\ AB &\simeq \frac{5}{0{,}866} \\ AB &\simeq 5{,}77\,\text{cm}. \end{aligned}$$